


गणितायात्रा

गणिताची गंगा... वंचितांच्या दारी

पाया गणिताचा

अभ्यास - पूरक पुस्तिका

लेखक

श्री. शरद श्रा. महाजन





गणिताची गंगा... वंचितांच्या दारी

पाया गणिताचा

अभ्यास - पूरक पुस्तिका

लेखक - श्री. शरद श्रा. महाजन.

(B.Sc. B.Ed.)



प्रकाशक

जिज्ञासा ट्रस्ट ठाणे

ऑगस्ट २०१४

आधार आणि साहाय्य - राष्ट्रीय विज्ञान एवं प्रौद्योगिक संचार परिषद,
विज्ञान व तंत्रज्ञान विभाग, भारत सरकार, नवी दिल्ली.



पाया गणिताचा

प्रस्तावना

पाया गणिताचा

शैक्षणिक

लेखक - श्री. शरद श्रा. महाजन

ब्लॉक नं. सी-१०१,

युसूफ कॉम्प्लेक्स, पोस्टाजवळ,

मनोर, मु.पो. मनोर,

जिल्हा - पालघर

फोन : ९२२४६०३६२४

प्रकाशक

जिज्ञासा ट्रस्ट ठाणे

२, जयानंद सोसायटी,

महात्मा गांधी मार्ग,

नौपाडा, ठाणे ४००६०२

फोन : २५४०३८५७

विशेष आवृत्ती

ऑगस्ट २०१४

देणगी मूल्य रु.

जिज्ञासा ट्रस्टने गणित वर्ष २०१२ च्या निमित्ताने ठाणे शहरात तीन दिवसांचा गणित महोत्सव साजरा केला होता. या उत्सवाला विद्यार्थी, शिक्षक व सर्वसाधारण नागरिक यांचा मोठ्या प्रमाणात प्रतिसाद मिळाला होता.

ठाणे शहरात गणित महोत्सवाला मिळालेल्या अपूर्व यशानंतर अशा प्रकारचा गणित महोत्सव महाराष्ट्राच्या कानाकोपऱ्यात संपन्न व्हावा या संकल्पनेने जिज्ञासा ट्रस्ट ठाणे या संस्थेने गणित यात्रा २०१४ चे आयोजन केले आहे. २०१४ हे वर्ष महान आद्य भारतीय गणिती भास्कराचार्य (दुसरे) यांचे ९०१ वे जन्मशताब्दी वर्ष आहे. या घटनेच्या निमित्ताने महाराष्ट्रातील वंचित व दुर्गम भागातील मुलांमध्ये गणित विषयाची आवड निर्माण करण्यासाठी जिज्ञासा ट्रस्टने “गणित यात्रा २०१४” योजनेचे आयोजन केले आहे. या उपक्रमाला भारत सरकारच्या विज्ञान आणि तंत्रज्ञान मंत्रालयाच्या एनसीएसटीसी विभागाचे साहाय्य आणि मार्गदर्शन लाभले आहे.

वरील उपक्रमाच्या माध्यमातून दुर्गम, ग्रामीण भागात राहणाऱ्या बालकांच्यात गणित विषयाची आवड निर्माण व्हावी व ती वाढावी हे या गणित जागर यात्रेचे प्रमुख उद्दिष्ट आहे. गणितातली रंजकता व आनंद बालकांपर्यंत पोचविण्यासाठी पुस्तके, सीडीज, इ. दृकश्राव्य साहित्यसुध्दा प्रकाशित केली जातील. या उपक्रमाच्या अंतर्गत पालघर येथील गणिताचे लोकप्रिय शिक्षक श्री. शरद महाजन यांची पाया गणिताचा ही अभ्यास पूरक पुस्तिका प्रकाशित होत आहे. श्री. शरद महाजन यांना जिज्ञासा संस्थेतर्फे विद्याव्रती शिष्यवृत्ती बहाल केली होती. या शिष्यवृत्तीच्या कालावधीत त्यांनी इ. ५वी आणि ८वी पर्यंतच्या विद्यार्थ्यांसाठी दोन पुस्तिका तयार केल्या होत्या. त्याची संक्षिप्त आवृत्ती प्रकाशित करताना आम्हांस आनंद वाटत आहे. श्री. शरद महाजन हे स्वतः गणिताचे शिक्षक असल्यामुळे त्यांनी प्रत्यक्षात त्यांच्या विद्यार्थ्यांसाठी पुस्तकात प्रगट केलेल्या गणित शिकवण्याच्या सोप्या पध्दती प्रत्यक्षात आचरणात आणल्या आहेत व त्यामध्ये त्यांना यश मिळालेले आहे.

गणित ही तर्कदृष्ट्या विचार करण्याची एक साथी पध्दत आहे. ही विचार पध्दती जर लहान वयातच मुलांना समजली तर गणिताची भिती मुलांच्या मनातून जाईल. गणितातील रंजकता मुलांपर्यंत विशेषतः ग्रामीण भागातील विद्यार्थ्यांपर्यंत पोचविण्याचे कार्य ही पुस्तिका निश्चित करेल असा आम्हाला विश्वास वाटतो.

हे पुस्तक प्रकाशित करण्यासाठी भारत सरकारच्या विज्ञान आणि तंत्रज्ञान मंत्रालयाच्या एनसीएसटीसी विभागाचे साहाय्य आणि मार्गदर्शन लाभले आहे यासाठी संबंधित विभागास मनःपूर्वक धन्यवाद.

सुरेन्द्र दिघे

कार्यकारी विश्वस्त

जिज्ञासा ट्रस्ट ठाणे

लेखक - श्री. शरद श्रा. महाजन.

(B.Sc. B.Ed.)

सन्मान पुरस्कार

- १ उत्कृष्ट काव्यलेखनासाठी पदश्री नारायण सुर्वे पुरस्कार २००७
- २ शिक्षण क्षेत्रातील उल्लेखनीय कार्यासाठी उत्कर्ष मित्र गौरव मित्र पुरस्कार २००९
- ३ सामाजिक कार्यासाठी रोटरी क्लब ऑफ मनोरचा उत्कृष्ट सामाजिक कार्यकर्ता पुरस्कार २००९
- ४ उत्कृष्ट काव्यलेखनासाठी एकता कल्चरल अॅकॅडमी, मुंबईचा पुरस्कार २०१०
- ५ जायण्टस ग्रुप ऑफ मनोर, चा आदर्श कर्मयोगी पुरस्कार २०१०
- ६ यंग स्टार पालघर, तर्फे शिक्षणव्रती पुरस्कार २०१०

सामाजिक सहभाग

- १ सहकार्य सेवा संस्था, मनोर, ता. पालघर, जि. ठाणे. या गरीब व गरजू विद्यार्थ्यांसाठी कार्य करणाऱ्या संस्थेचे संस्थापक व सचिव.
- २ सहकार्य सेवा संस्था, मनोरच्या माध्यमातून आदिवासी शिक्षण वंचित मुलांसाठी वीट भट्टी शाळा सुरु केली व मुळ शिक्षण प्रवाहात आणण्यासाठी विशेष प्रयत्न. (विनामुल्य शिक्षण उपक्रम).
- ३ संस्थेच्या माध्यमातून गरीब व गरजू विद्यार्थ्यांसाठी विनामुल्य गणित व इंग्रजी मार्गदर्शन, पुस्तक पेढी, मोफत वहावाटप कार्यक्रम, एस.एस.सी. व एच.एस.सी. विद्यार्थ्यांना व्यवसाय मार्गदर्शन व शैक्षणिक तसेच आर्थिक मदत, गरीब व गरजू विद्यार्थ्यांच्या उन्नतीसाठी विशेष प्रयत्न.
- ४ विद्यार्थ्यांच्या कौशल्य विकासासाठी वारली पेंटीग स्पर्धा व शिबीर, हस्तकला स्पर्धा व शिबीर, शिक्षणात कमकुवत विद्यार्थ्यांसाठी उपक्रम.
- ५ परिसरातील शाळांमध्ये एस.एस.सी. विद्यार्थ्यांना मार्गदर्शन. एम.एल.ढवळे ट्रस्ट भोपोली संचलीत आश्रमशाळेतील एस.एस.सी. च्या २५० विद्यार्थ्यांना दर रविवारी व कन्या छात्रालयातील ५० विद्यार्थ्यांना दर शनिवार विनामुल्य मार्गदर्शन.
- ६ पालघर तालुका विज्ञान मंडळावर कोषाध्यक्ष म्हणून निवड
- ७ जिज्ञासा ट्रस्ट ठाणे या राष्ट्रीय पातळीवर कार्य करणाऱ्या शैक्षणिक संशोधन विभागाशी संलग्न.

- ★ महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे अभ्यास मंडळ सदस्य (गणित).
- ★ राष्ट्रीय बालविज्ञान परिषद (पालघर जिल्हा समन्वयक)
- ★ पालघर विज्ञान मंडळ (सचिव, जिल्हा-पालघर)
- ★ इच वन टिच वन, शिवडी मुंबई (पालघर जिल्हा समन्वयक)
- ★ आदर्श शिक्षक पुरस्कार २०११ (शिक्षण महर्षी कै. श्री. स.तु. कदम स्मृती पुरस्कार)
- ★ यंग स्टार, सफाळे, आदर्श शिक्षक पुरस्कार २०१३

अनुक्रमणिका

अ.क्र.	संकल्पना	पान क्र.
१	पाढे लिहिण्याच्या सोप्या पध्दती	७ ते १०
२	रोमन अंक	१० ते ११
३	कालमापन / दिनदर्शिका	१० ते १२
४	कालमापन (वेळ)	१३ ते १४
५	बेरजा व वजाबाक्या	१४ ते १६
६	विभाज्यता कसोट्या	१६ ते १७
७	त्रिकोण व त्याचे प्रकार	१८ ते १९
८	चौकोन व त्याचे प्रकार	१९ ते २१
९	सोप्या पध्दतीने वर्ग काढणे	२२ ते २४
१०	वर्गमूळ	२५
११	दशांश अपूर्णाकाचे वर्ग	२६
१२	घन व घनमूळ	२६ ते २७
१३	स्पर्धा परीक्षांसाठी झटपट उत्तरे	२९ ते ३१
१४	नफा व तोटा	३२

मोठे पाढे सोप्या पद्धतीने लिहीणे

<u>३२ चा पाढा</u>		<u>३७ चा पाढा</u>	
$३ + ०२ =$	३२	$३ + ०७ =$	३७
$६ + ०४ =$	६४	$६ + १४ =$	७४
$९ + ०६ =$	९६	$९ + २१ =$	१११
$१२ + ०८ =$	१२८	$१२ + २८ =$	१४८
$१५ + १० =$	१६०	$१५ + ३५ =$	१८५
$१८ + १२ =$	१९२	$१८ + ४२ =$	२२३
$२१ + १४ =$	२२४	$२१ + ४९ =$	२५९
$२४ + १६ =$	२५६	$२४ + ५६ =$	२९६
$२७ + १८ =$	२८८	$२७ + ६३ =$	३३३
$३० + २० =$	३२०	$३० + ७० =$	३७०

<u>७५ चा पाढा</u>		<u>८७ चा पाढा</u>	
$७ + ०५ =$	७५	$८ + ०७ =$	८७
$१४ + १० =$	१५०	$१६ + १४ =$	१७४
$२१ + १५ =$	२२५	$२४ + २१ =$	२६१
$२८ + २० =$	३००	$३२ + २८ =$	३४८
$३५ + २५ =$	३७५	$४० + ३५ =$	४३५
$४२ + ३० =$	४५०	$४८ + ४२ =$	५२२
$४९ + ३५ =$	५२५	$५६ + ४९ =$	६०९
$५६ + ४० =$	६००	$६४ + ५६ =$	६९६
$६३ + ४५ =$	६७५	$७२ + ६३ =$	७८३
$७० + ५० =$	७५०	$८० + ७० =$	८७०

फक्त १ ते १० पर्यंत चे पाढे येत असतील तर वरील प्रमाणे कोणताही दोन अंकी, तीन अंकी, चार अंकी संख्यांचा पाढा तयार करता येतो.

सोप्या पद्धतीने पाठे लिहीणे

१) १२५ चा पाढा.

$$१ + २ + ०५ = १२५$$

$$२ + ४ + १० = २५०$$

$$३ + ६ + १५ = ३७५$$

$$४ + ८ + २० = ५००$$

$$५ + १० + २५ = ६२५$$

$$६ + १२ + ३० = ७५०$$

$$७ + १४ + ३५ = ८७५$$

$$८ + १६ + ४० = १०००$$

$$९ + १८ + ४५ = ११२५$$

$$१० + २० + ५० = १२५०$$

१) ८३७५ चा पाढा.

$$८ + ३ + ७ + ५ = ८३७५$$

$$१६ + ०६ + १४ + १० = १६७५०$$

$$२४ + ०९ + २१ + १५ = २५१२५$$

$$३२ + १२ + २८ + २० = ३३५००$$

$$४० + १५ + ३५ + २५ = ४१८७५$$

$$४८ + १८ + ४२ + ३० = ५०२५०$$

$$५६ + २१ + ४९ + ३५ = ५८६२५$$

$$६४ + २४ + ५६ + ४० = ६७०००$$

$$७२ + २७ + ६३ + ४५ = ७५३७५$$

$$८० + ३० + ७० + ५० = ८३७५०$$

पाढे -

१० + ०४ = १४	१० + ०५ = १५	१० + ०६ = १६	१० + ०७ = १७
२० + ०८ = २८	२० + १० = ३०	२० + १२ = ३२	२० + १४ = ३४
३० + १२ = ४२	३० + १५ = ४५	३० + १८ = ४८	३० + २१ = ५१
४० + १६ = ५६	४० + २० = ६०	४० + २४ = ६४	४० + २८ = ६८
५० + २० = ७०	५० + २५ = ७५	५० + ३० = ८०	५० + ३५ = ८५
६० + २४ = ८४	६० + ३० = ९०	६० + ३६ = ९६	६० + ४२ = १०२
७० + २८ = ९८	७० + ३५ = १०५	७० + ४२ = ११२	७० + ४९ = ११९
८० + ३२ = ११२	८० + ४० = १२०	८० + ४८ = १२८	८० + ५६ = १३६
९० + ३६ = १२६	९० + ४५ = १३५	९० + ५४ = १४४	९० + ६३ = १५३
१०० + ४० = १४०	१०० + ५० = १५०	१०० + ६० = १६०	१०० + ७० = १७०

१० + ०८ = १८	१० + ०९ = १९	१० + १० = २०	२० + ०१ = २१
२० + १६ = ३६	२० + १८ = ३८	२० + २० = ४०	४० + ०२ = ४२
३० + २४ = ५४	३० + २७ = ५७	३० + ३० = ६०	६० + ०३ = ६३
४० + ३२ = ७२	४० + ३६ = ७६	४० + ४० = ८०	८० + ०४ = ८४
५० + ४० = ९०	५० + ४५ = ९५	५० + ५० = १००	१०० + ०५ = १०५
६० + ४८ = १०८	६० + ५४ = ११४	६० + ६० = १२०	१२० + ०६ = १२६
७० + ५६ = १२६	७० + ६३ = १३३	७० + ७० = १४०	१४० + ०७ = १४७
८० + ६४ = १४४	८० + ७२ = १५२	८० + ८० = १६०	१६० + ०८ = १६८
९० + ७२ = १६२	९० + ८१ = १७१	९० + ९० = १८०	१८० + ०९ = १८९
१०० + ८० = १८०	१०० + ९० = १९०	१०० + १०० = २००	२०० + १० = २१०

२० + ०२ = २२	२० + ०३ = २३	२० + ०४ = २४	२० + ०५ = २५
४० + ०४ = ४४	४० + ०६ = ४६	४० + ०८ = ४८	४० + १० = ५०
६० + ०६ = ६६	६० + ०९ = ६९	६० + १२ = ७२	६० + १५ = ७५
८० + ०८ = ८८	८० + १२ = ९२	८० + १६ = ९६	८० + २० = १००
१०० + १० = ११०	१०० + १५ = ११५	१०० + २० = १२०	१०० + २५ = १२५
१२० + १२ = १३२	१२० + १८ = १३८	१२० + २४ = १४४	१२० + ३० = १५०
१४० + १४ = १५४	१४० + २१ = १६१	१४० + २८ = १६८	१४० + ३५ = १७५
१६० + १६ = १७६	१६० + २४ = १८४	१६० + ३२ = १९२	१६० + ४० = २००
१८० + १८ = १९८	१८० + २७ = २०७	१८० + ३६ = २१६	१८० + ४५ = २२५
२०० + २० = २२०	२०० + ३० = २३०	२०० + ४० = २४०	२०० + ५० = २५०

पाढे -

२०+०६=२६	२०+०७=२७	२०+०८=२८	२०+०९=२९
४०+१२=५२	४०+१४=५४	४०+१६=५६	४०+१८=५८
६०+१८=७८	६०+२१=८१	६०+२४=८४	६०+२७=८७
८०+२४=१०४	८०+२८=१०८	८०+३२=११२	८०+३६=११६
१००+३०=१३०	१००+३५=१३५	१००+४०=१४०	१००+४५=१४५
१२०+३६=१५६	१२०+४२=१६२	१२०+४८=१६८	१२०+५४=१७४
१४०+४२=१८२	१४०+४९=१८९	१४०+५६=१९६	१४०+६३=२०३
१६०+४८=२०८	१६०+५६=२१६	१६०+६४=२२४	१६०+७२=२३२
१८०+५४=२३४	१८०+६३=२४३	१८०+७२=२५२	१८०+८१=२६१
२००+६०=२६०	२००+७०=२७०	२००+८०=२८०	२००+९०=२९०

३० चा पाढा.

३०	६०	९०	१२०	१५०	१८०	२१०	२४०	२७०	३००
----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

रोमन अंक

देवनागरी अंक	रोमन अंक	देवनागरी अंक	रोमन अंक	देवनागरी अंक	रोमन अंक
1	I	11	XI	21	XXI
2	II	12	XII	22	XXII
3	III	13	XIII	23	XXIII
4	IV	14	XIV	24	XXIV
5	V	15	XV	25	XXV
6	VI	16	XVI	26	XXVI
7	VII	17	XVII	27	XXVII
8	VIII	18	XVIII	28	XXVIII
9	IX	19	XIX	29	XXIX
10	X	20	XX	30	XXX

देवनागरी अंक	रोमन अंक	देवनागरी अंक	रोमन अंक
50	L	1000	M
55	LV	900	CM
49	IL	1509	MDIX
100	C	999	IM
300	CCC	559	DLIX
355	CLV	70	LXX
500	D	1016	MXVI
600	DC	104	CIV

कालमापन / दिनदर्शिका

१ वर्ष = १२ महिने = ३६५ दिवस (फेब्रुवारी महिना २८ दिवसांचा)
= ५२ आठवडे

१ लिप वर्ष = १२ महिने = ३६६ दिवस (फेब्रुवारी महिना २९ दिवसांचा)

ज्या सनातील शेवटच्या दोन संख्येला ४ ने निःशेष भाग जातो त्या सनाला (वर्षाला) लिप वर्ष म्हणतात.

उदा. सन २००८ (०८ ÷ ४ = ०२) म्हणून २००८ हे लिप वर्ष
२००८ मध्ये फेब्रुवारी महिना २९ दिवसांचा असेल.

प्रत्येक वर्षातील जानेवारी, मार्च, मे, जुलै, ऑगस्ट, ऑक्टोबर, डिसेंबर हे ३१ दिवसांचे महिने आहेत. तर एप्रिल, जून, सप्टेंबर, नोव्हेंबर हे ३० दिवसांचे आहेत.

१ आठवडा = ७ दिवस

आठवड्याचे वार - सोमवार, मंगळवार, बुधवार, गुरुवार, शुक्रवार, शनिवार, रविवार.

कालमापन (वेळ)

प्रत्येक सात दिवसानंतर तोच वार येतो.

उदा. १ तारखेस सोमवार असेल तर $१ + ७ = ८$ म्हणून ८ तारखेस तोच वार म्हणजे सोमवार येतो.

२८ दिवसांच्या महिन्यात कोणताही वार पाचवेळा येत नाही.

२९ दिवसांच्या महिन्यात १ तारखेचा वार पाच वेळा येतो.

३० दिवसांच्या महिन्यात १, २, तारखेचा वार पाच वेळा येतो.

३१ दिवसांच्या महिन्यात १, २, ३, तारखांचे वार पाच वेळा येतात.

पुढील महिन्याचा वार काढणे

- (i) २८ दिवसांच्या महिन्यात २ फेब्रुवारीस सोमवार असेल तर २ मार्चला ही सोमवारच असेल.
- (ii) २९ दिवसांच्या महिन्यात २ फेब्रुवारीस सोमवार असेल तर २ मार्चला मंगळवार असेल.
- (iii) ३० दिवसांच्या महिन्यात (एप्रिल, जून, सप्टेंबर, नोव्हेंबर)
३ जूनला सोमवार असेल तर ३ जुलैला बुधवार असेल.
- (iv) ३१ दिवसांच्या महिन्यात (जाने., मार्च, मे, जून, ऑगस्ट, ऑक्टोबर, डिसेंबर)
४ ऑगस्टला गुरुवार असेल तर ४ सप्टेंबरला रविवार असेल.

पुढील वर्षाचा वार काढणे

- (i) सामान्य वर्षासाठी - ३ एप्रिल २००३ रोजी मंगळवार असेल तर ३ एप्रिल २००४ रोजी बुधवार असतो.
- (ii) लिप वर्षासाठी - ७ एप्रिल २००८ रोजी शुक्रवार असेल तर ७ एप्रिल २००९ रोजी रविवार असेल.
सामान्य वर्षात १ जानेवारीला जो वार येतो तोच वार ३१ डिसेंबर ला येतो. वर्षभरात १ जानेवारीला येणारा वार ५३ वेळा येतो तर इतर वार ५२ वेळा येतात.

पूर्ण एक दिवस = २४ तास = १२ तास (दिवस) १२ तास (रात्र) मध्यान्न (दुपार) - दुपारचे १२ वाजेला मध्यान्न काळ म्हणतात.

मध्यान्न पूर्व - रात्रीचे १२ ते दुपारचे १२ पर्यंतचा काळ दुपार पूर्व (a.m.)

मध्यान्नतर - दुपारचे १२ ते रात्रीचे १२ पर्यंतचा काळ दुपार नंतर (p.m.)

१ दिवस = २४ तास = २४×६० मिनिटे = १४४० मिनिटे

१ तास = ६० मिनिटे, ६०×६० सेकंद = ३६०० सेकंद

१ मिनिट = ६० सेकंद, अर्धा तास = ३० मिनिटे

पाव तास = १५ मिनिटे, ५ तास = ५×६० मिनिटे = ३०० मिनिटे

३ तास ४० मिनिटे = $३ \times ६० + ४०$ मिनिटे = १८० + ४० = २२० मिनिटे

५४० मिनिटे = $५४० \div ६० = ९$ तास

१२० सेकंद = $१२० \div ६० = २$ मिनिटे. पाउण तास = ४५ मिनिटे

- (i) तासाचे मिनिटात रुपांतर करतांना तासाला ६० ने गुणावे.
- (ii) मिनिटाचे सेकंदात रुपांतर करतांना मिनिटाला ६० ने गुणावे.
- (iii) मिनिटाचे तासात रुपांतर करतांना मिनिटाला ६० ने भागावे.
- (iv) सेकंदाचे मिनिटात रुपांतर करतांना सेकंदाला ६० ने भागावे.

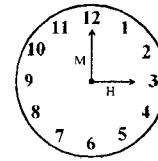
उदा. ३ तास = ३×६० मिनिटे = १८० मिनिटे

१२ मिनिटे = १२×६० सेकंद = ७२० मिनिटे

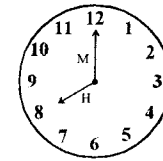
१८० मिनिटे = $१८० \div ६० = ३$ तास

७२० सेकंद = $७२० \div ६० = १२$ मिनिटे.

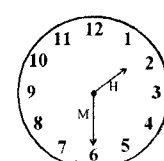
खालील घड्याळात किती वाजले ते सांगा



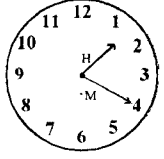
३ वाजले



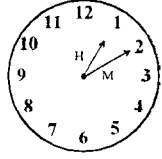
८ वाजले



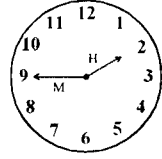
दिड (१.३०) वाजले



१ वाजून २० मिनिटे



१ वाजून १० मिनिटे



१ वाजून ४५ मिनिटे

मिनटकाटा (M) १२ पासून १ पर्यंत सरकला की ५ मिनिटे होतात.

१२ पासून २ पर्यंत सरकला की १० मिनिटे होतात.

१२ पासून ३ पर्यंत सरकला की १५ मिनिटे होतात.

उदा. प्रांजल रविवारी सकाळी ७ वाजता अभ्यासाला बसली. १० वाजता तिने अभ्यास बंद केला तर तिने किती तास अभ्यास केला ?

उदा. सौरभ सकाळी ८ वाजता पूण्याला बसने निघाला पूण्यास तो दिड वाजता (१.३०) पोहचला तर त्याने किती तास प्रवास केला.

सौरभचा सकाळचा १२ वाजेच्या आधीचा प्रवास = १२ - ८ = ४ तास

दुपारी १२ वाजेनंतरचा प्रवास = दीड वाजेपर्यंत = १.३० तास.

एकूण प्रवासास लागलेला वेळ = ४ तास + १.३० तास = ५.३० तास.

रेल्वे किंवा बसच्या वेळा पत्रकात २४ ताशी घड्याळाचा उपयोग करतात.

उदा. रात्रीच्या १ वाजेपासून ते दुसऱ्या दिवशीच्या रात्रीच्या १२ वाजेपर्यंत वेळेचे मापन केले जाते.

उदा. ९.०० सकाळचे ९ वाजले २१.०० रात्रीचे ९ वाजले.

१३.०० दुपारचा १ वाजला. २३.०० रात्रीचे ११ वाजले.

१५.३० दुपारचे ३.३० वाजले. १७.५० दुपारचे ५.५० वाजले.

खालील बेरजा व वजाबाक्या करा

$$\begin{array}{r} २ \text{ तास } ४५ \text{ मिनिटे} \\ १ \text{ तास } १० \text{ मिनिटे} \\ \hline ३ \text{ तास } ५५ \text{ मिनिटे} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ४ \text{ तास } २५ \text{ मिनिटे} \\ - २ \text{ तास } १५ \text{ मिनिटे} \\ \hline २ \text{ तास } १० \text{ मिनिटे} \end{array}$$

वजाबाकी करा

(iii) ३ तास २५ मिनिटे - २ तास ४५ मिनिटे

$$\begin{array}{l} ३ \text{ तास } २५ \text{ मिनिटे} \rightarrow ३ \times ६० + २५ \text{ मिनिटे} \\ = १८० + २५ \text{ मिनिटे} \\ = २०५ \text{ मिनिटे} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} २ \text{ तास } ४५ \text{ मिनिटे} \rightarrow २ \times ६० + ४५ \text{ मिनिटे} \\ = १२० + ४५ \text{ मिनिटे} \\ = १६५ \text{ मिनिटे} \end{array}$$

१०
२०५ मिनिटे
- १६५ मिनिटे
१
०४० मिनिटे

$$\begin{array}{r} ५ \text{ तास } २५ \text{ मिनिटे} \\ - ३ \text{ तास } ४५ \text{ मिनिटे} \\ \hline \end{array}$$

उत्तर = १ तास ४० मिनिटे

	६	०	हातचा
तास			मिनिटे
५	२	५	
-	३	४	५
	१		हातचे
१	४	०	

मिनिटात हातचा घेतांना ६० घ्यावा तो वर लिहावा. घेतलेला हातचा पुढे ओढतांना तासात रुपांतर करावा. म्हणजे तासात हातचा १ लिहावा.

$$\begin{array}{r} ४ \text{ तास } ५५ \text{ मिनिटे} \\ ३ \text{ तास } ३५ \text{ मिनिटे} \\ \hline ७ \text{ तास } २० \text{ मिनिटे} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{उत्तर} = ७ \text{ तास } २० \text{ मिनिटे} \\ = ७ \text{ तास } ६० + ३० \text{ मिनिटे} \\ = ७ + १ \text{ तास } ३० \text{ मिनिटे} \\ = ८ \text{ तास } ३० \text{ मिनिटे} \end{array}$$

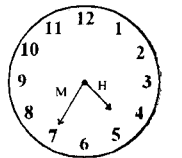
खालील माहितीवरून किती वाजून किती मिनिटे झाली ते लिहा.

(i) तास काटा ४ च्या पुढे व मिनिट काटा ७ वर आहे.

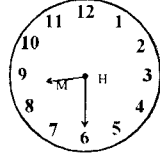
मिनटकाटा १२ पासून ७ पर्यंत सरकला म्हणजे

$$७ \times ५ = ३५ \text{ मिनिटे}$$

म्हणजे घड्याळात ४ वाजून ३५ मिनिटे झाली आहेत.



- (ii) तास काटा ८ च्या पुढे व मिनिटकाटा ६ वर आहे
मिनिटकाटा १२ पासून ६ पर्यंत सरकला म्हणजे
 $६ \times ५ = ३०$ मिनिटे
घड्याळात ८ वाजून ३० मिनिटे म्हणजे साडे आठ वाजले.

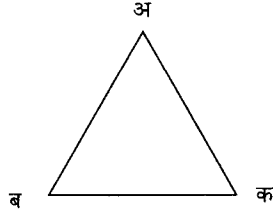


विभाज्यता कसोट्या

- (i) २ ने भाग जाणाऱ्या संख्या - ज्या संख्या सम असतात म्हणजे त्यांच्या एकस्थानी (शेवटी) ०, २, ४, ६, ८ हे अंक असतात.
त्यांना २ ने भाग जातो.
उदा. १२, ३४, ५६, ९८, १२० अशा सम संख्यांना २ ने भाग जातो.
- (ii) ३ ने भाग जाणाऱ्या संख्या - ज्या संख्यांमधील अंकांच्या बेरजेला ३ ने भाग जातो तेव्हा त्या संख्यांना ३ ने भाग जातो.
उदा. १८ या संख्येतील अंकांची बेरीज $१ + ८ = ९$ या बेरजेला ३ ने भाग जातो म्हणून १८ ला ३ ने भाग जातो.
उदा. २४३ या संख्येतील अंकांची बेरीज $२ + ४ + ३ = ९$ येथे अंकांच्या बेरजेला ३ ने भाग जातो म्हणून २४३ ला ३ ने भाग जातो.
- (iii) ४ ने भाग जाणाऱ्या संख्या - ज्या संख्यांच्या दशक व एकक अंकांमुळे तयार होणाऱ्या संख्येला ४ ने भाग जात असेल तर त्या संख्येलाही ४ ने भाग जातो.
उदा. १६ ला ४ ने भाग जातो म्हणून ५१६, ९१६, १२१६ या संख्यांना ४ ने भाग जातो.
उदा. ६४ ला ४ ने भाग जातो म्हणून ७६४, १३६४, ५०६४ या संख्यांना ४ ने भाग जातो.
- (iv) ५ ने भाग जाणाऱ्या संख्या - ज्या संख्यांच्या एकक स्थानी ० किंवा ५ हा अंक असेल तर त्या संख्येला ५ ने भाग जातो.
उदा. २५, ७५५, १२०५, ५७८५ यांना ५ ने भाग जातो.
१०, १२०, ५७०, १३८०, ७४७० यांना देखील ५ ने भाग जातो.

- (v) ६ ने भाग जाणाऱ्या संख्या - ज्या संख्यांना २ ने व ३ ने ही भाग जातो त्या संख्यांना ६ ने ही भाग जातो.
उदा. २४, ४८, ६६, १३८ या संख्यांना २ ने व ३ ने ही भाग जातो.
त्यांना ६ ने ही भाग जातो.
- (vi) ९ ने भाग जाणाऱ्या संख्या - ज्या संख्यांमधील अंकांच्या बेरजेला ९ ने भाग जात असेल तर त्या संख्यांना ९ ने भाग जातो.
उदा. ९४५ या संख्येतील अंकांची बेरीज $९ + ४ + ५ = १८$ या बेरजेला ९ ने भाग जातो म्हणून ९४५ ला ९ ने भाग जातो.
उदा. ५४३६२७ या संख्येतील अंकांची बेरीज $५ + ४ + ३ + ६ + २ + ७ = २७$ या बेरजेला ९ ने भाग जातो म्हणून ५४३६२७ या संख्येला ९ ने भाग जातो.
- (vii) १० ने भाग जाणाऱ्या संख्या - ज्या संख्यांच्या एकक स्थानी ० असतो त्या संख्यांना १० ने भाग जातो.
- (viii) ११ ने भाग जाणाऱ्या संख्या - ज्या संख्येतील विषमस्थानी असलेल्या अंकांची बेरीज व सम स्थानी असलेल्या अंकांची बेरीज या दोहोंच्या वजाबाकीला ११ ने भाग जात असेल तर त्या संख्येला ११ ने भाग जातो.
उदा. ७०४ या संख्येत सम स्थानच्या अंकांची बेरीज = ०
विषम स्थानच्या अंकांची बेरीज = $७ + ४ = ११$
दोहोंची वजाबाकी = $११ - ० = ११$
उदा. २३८५९ या संख्येत
सम स्थानच्या अंकांची बेरीज = $३ + ५ = ८$
विषम स्थानच्या अंकांची बेरीज = $२ + ८ + ९ = १९$
दोहोंमधील फरक = $१९ - ८ = ११$ ला ११ ने भाग जातो.
म्हणून २३८५९ ला ११ ने भाग जातो.

त्रिकोण



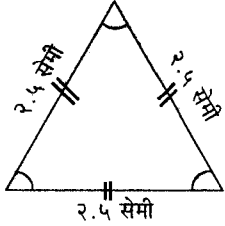
त्रिकोण अ ब क च्या तीन बाजू बाजू अब, बाजू बक, बाजू अक त्याचे तीन कोन.

\angle अ, \angle ब, \angle क

त्याचे तीन शिरोबिंदू बिंदू अ, बिंदू ब, बिंदू क

त्रिकोणाचे प्रकार (बाजू वरून)

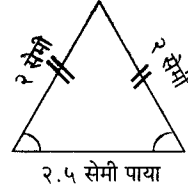
१) समभुज त्रिकोण



ज्या त्रिकोणाच्या तिनही बाजू एकरूप (समान लांबीच्या) असतात त्याला समभुज त्रिकोण म्हणतात.

समभुज त्रिकोणाचे तिनही कोन एकरूप असून त्याच्या प्रत्येक कोनाचे माप 60° असते.

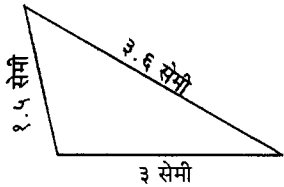
२) समद्विभुज त्रिकोण



ज्या त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजू एकरूप असतात त्याला समद्विभुज त्रिकोण म्हणतात.

समद्विभुज त्रिकोणाचे पाया लगतचे कोन एकरूप असतात म्हणजेच त्याच्या एकरूप बाजुसमोरील कोन एकरूप असतात.

३) विषमभुज त्रिकोण



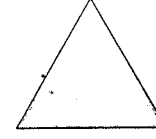
ज्या त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजू एकरूप नसतात त्याला विषमभुज त्रिकोण म्हणतात.

विषमभुज त्रिकोणात सर्व कोन वेगवेगळ्या मापाचे असतात त्याच्या मोठ्या बाजू समोरील कोन मोठा असतो व लहान बाजू समोरील कोन लहान असतो.

त्रिकोणाच्या तीन्ही कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.

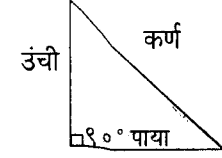
त्रिकोणाचे प्रकार (कोनाच्या मापांवरून)

१) लघूकोन त्रिकोण



ज्या त्रिकोणाचा प्रत्येक कोन लघूकोन असतो त्याला लघूकोन त्रिकोण म्हणतात.

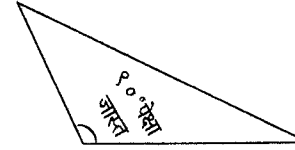
२) काटकोन त्रिकोण



ज्या त्रिकोणाचा एक कोन कोटकोन (90°) चा असतो त्याला काटकोन त्रिकोण म्हणतात.

काटकोन त्रिकोणात 90° कोनासमोरील बाजूस कर्ण म्हणतात. व उरलेल्या दोन बाजूंना पाया व उंची म्हणतात.

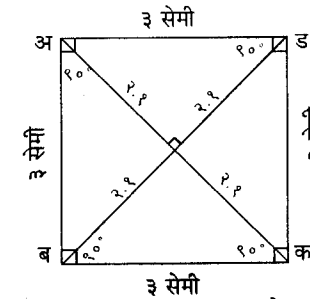
३) विशालकोन त्रिकोण



ज्या त्रिकोणाचा एक कोन विशालकोन (90° पेक्षा मोठा) असतो त्याला विशालकोन त्रिकोण म्हणतात.

चौकोनाचे प्रकार

१) चौरस



ज्यो चौकोनाच्या चारही बाजू एकरूप (समान लांबीच्या व चारही कोन काटकोन असतात त्याला चौरस म्हणतात.

चौरसाचे कर्ण एकरूप असून परस्परांना काटकोनात (लंबदुभाजक) दुभागतात.

चौरसाची परिमीती = $4 \times$ बाजू

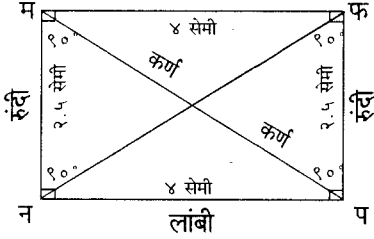
उदा. $||$ अबकडची परिमीती = 4×3 सेमी = 12 सेमी

चौकोनाच्या चारही कोनांची मापांची बेरीज 360° असते.

२) आयत -

ज्या चौकोनाचा प्रत्येक कोन काटकोन (90°) असतो. त्या चौकोनास काटकोन चौकोन

(आयत) म्हणतात.



आयताच्या समोरासमोरील बाजू एकरूप असतात. आयताचे कर्ण एकरूप असून परस्परांना दुभागतात. आयत व चौरस हे समांतर भुज चौकोन ही असतात.

आयताची परिमीती = २ लांबी + २ रूंदी

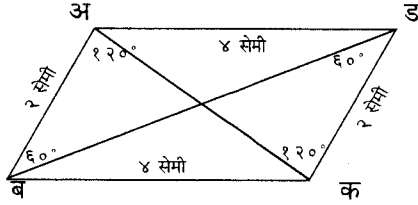
आयत मनपफ ची परिमीती

$$= २ \times (४) + २(२.५)$$

$$= ८ + ५ = १३ \text{ सेमी.}$$

३) समांतर भुज चौकोन -

ज्या चौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू समांतर असतात त्या चौकोनाला समांतर भुज चौकोन म्हणतात.



ज्या चौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू समांतर असतात त्या चौकोनाला समांतर भुज चौकोन म्हणतात.

* समांतर भुज चौकोनाचे संमुख कोन एकरूप असतात.

उदा. \angle अ व \angle क हे 120° मापाचे म्हणून एकरूप आहेत.

तसेच \angle ब व \angle ड हे 60° मापाचे म्हणून एकरूप आहेत.

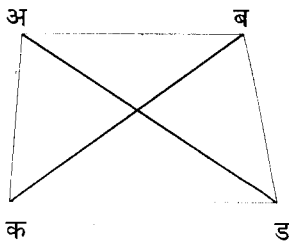
* समांतर भुज चौकोनाचे कर्ण एकरूप असतात. परंतु परस्परांचे दुभाजक असतात.

समांतर भुज \square ची परिमीती = चारही बाजूंची बेरीज

समांतर भुज \square अबकड ची परिमीती = अब + बक + कड + अड

चौकोन

$$= २ + ४ + २ + ४ = १२ \text{ सेमी.}$$



चौकोन अबकडच्या चार बाजू

बाजू अब, बक, कड, अड

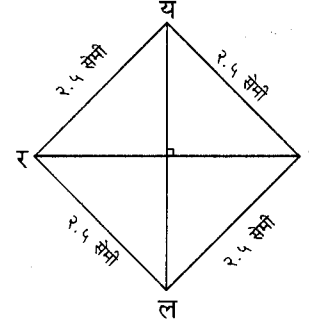
चार कोन - \angle अ, \angle ब, \angle क, \angle ड.

चार शिरोबिंदू - बिंदू अ, बिंदू ब, बिंदू क, बिंदू ड

चौकोनाचा कर्ण - १) कर्ण अक २) कर्ण बड

३) समभुज चौकोन -

ज्या चौकोनाच्या सर्व बाजू एकरूप (समान लांबीच्या) असतात त्या चौकोनाला समभुज चौकोन म्हणतात.



* समोरासमोरील बाजू समांतर असतात

* समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना काटकोनात (लंब दुभाजक) दुभागतात

* समभुज चौकोनाचे समोरासमोरील कोन एकरूप असतात.

उदा. \angle य व \angle ल हे 90° मापाचे आहेत म्हणून एकरूप आहेत.

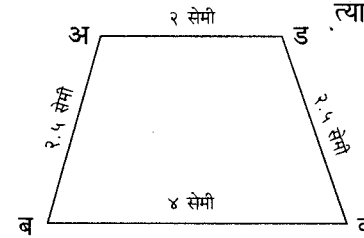
तसेच \angle र व \angle प हे 90° मापाचे आहेत म्हणून एकरूप आहेत.

समभुज चौकोनाची परिमीती = ४ × बाजू

$$\therefore \text{समभुज } \square \text{ यरलपची परिमीती} = ४ \times २.५ = १०.० \text{ सेमी}$$

४) समलंब चौकोन -

ज्या चौकोनाच्या बाजूंची एक व एकच जोडी समांतर असते त्या चौकोनाला समलंब चौकोन म्हणतात.



\square अबकड हा समद्विभुज समलंब चौकोन आहे.

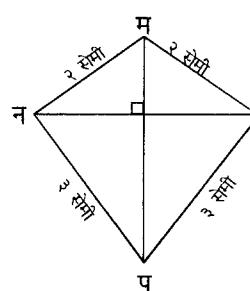
समलंब \square अबकड ची परिमीती =

$$\text{अब} + \text{बक} + \text{कड} + \text{अड}$$

$$= २.५ + ४ + २.५ + २$$

$$= ६.५ + ४.५ = ११.० \text{ सेमी.}$$

५) पतंग चौकोन -



ज्या चौकोनाचा मोठा कर्ण लहान कर्णाचा लंब दुभाजक असून लगतच्या बाजूंच्या दोन जोड्या एकरूप असतात त्याला पतंग म्हणतात.

पतंगाचा मोठा कर्ण संमुख कोनांना दुभागतो.

पतंगाची परिमीती = चारही बाजूंची बेरीज

$$\text{पतंग मनपश ची परिमीती} = २ + २ + ३ + ३ = १० \text{ सेमी}$$

* सोप्या पद्धतीने वर्ग काढणे. (पहिली पद्धत)

उदा. 17 चा वर्ग

1 चा वर्ग त्यावर दोन शून्य द्यावेत (1 चा वर्ग शतक रकान्यात लिहावा)

1 × 7 या गुणाकारांची दुप्पट करून त्यावर एक शून्य द्यावा. [2(1×7) दशक ठिकाणी]

7 चा वर्ग एकक रकान्यात लिहावा.

17 चा वर्ग

= 17² = 289

शतक	दशक	एकक
1 ²	0	0
	2(1×7)	0
		7 ²

शतक	दशक	एकक
1	0	0
1	4	0
	4	9
2	8	9

25 चा वर्ग

= 25² = 625

शतक	दशक	एकक
2 ²	0	0
	2(2×5)	0
		5 ²

शतक	दशक	एकक
4	0	0
2	0	0
	2	5
6	2	5

17 चा वर्ग

= 37² = 1369

शतक	दशक	एकक
3 ²	0	0
	2(3×7)	0
		7 ²

शतक	दशक	एकक
9	0	0
4	2	0
	4	9
13	6	9

उदा. 225 चा वर्ग

2 ²	0	0	0	0
		2(2×25)	0	
				(25) ²

4	0	0	0	0
1	0	0	0	0
		6	2	5
5	0	6	2	5

उदा. 1528² चा वर्ग

15 ²	0	0	0	0
		2(15×28)	0	
				(28) ²

225	0	0	0	0
8	4	0	0	0
		7	8	4
233	4	7	8	4

मोठ्या संख्यांचे वर्ग किंवा घन काढण्यासाठी 1 ते 30 पर्यंतचे वर्ग व 1 ते 10 पर्यंतचे घन पाठ असणे आवश्यक आहे. तसेच गणित सोडविण्याचा वेग वाढविण्यासाठी 1 ते 30 पर्यंतचे पाढे पाठ असणे आवश्यक आहे.

परंतु जर पाढे पाठ होत नसतील तर सोप्या पद्धतीने पाढे तयार करावेत. वर्ग सुध्दा पाठ होत नसतील तर सोप्या पद्धतीचा उपयोग करून आपण वर्ग घन काढू शकतो.

अर्थात या सोप्या पद्धतीसुद्धा सरावानेच शिकता येतील. जेवढा सराव जास्त तेवढे गणित शिकणे सोपे होईल.

(दुसरी पद्धत) वर्ग काढणे / घन काढणे.

सोप्या पद्धतीने वर्ग काढणे

	11 चा वर्ग	12 चा वर्ग	13 चा वर्ग	14 चा वर्ग	15 चा वर्ग	16 चा वर्ग	17 चा वर्ग	18 चा वर्ग	19 चा वर्ग	20 चा वर्ग
	1 0 0	1 0 0	1 0 0	1 0 0	1 0 0	1 0 0	1 0 0	1 0 0	1 0 0	1 0 0
2 ची पट	2	4	6	8	1 0	1 2	1 4	1 6	1 8	2 0
वर्ग संख्या	1	4	9	1 6	2 5	3 6	4 9	6 4	8 1	1 0 0
	1 2	1 4	1 6	1 9	2 2	2 5	2 8	3 2	3 6	4 0

	21 चा वर्ग	22 चा वर्ग	23 चा वर्ग	24 चा वर्ग	25 चा वर्ग	26 चा वर्ग	27 चा वर्ग	28 चा वर्ग	29 चा वर्ग	30 चा वर्ग
	4 0 0	4 0 0	4 0 0	4 0 0	4 0 0	4 0 0	4 0 0	4 0 0	4 0 0	4 0 0
4 ची पट	4	8	1 2	1 6	2 0	2 4	2 8	3 2	3 6	4 0
वर्ग संख्या	1	4	9	1 6	2 5	3 6	4 9	6 4	8 1	1 0 0
	4 4	1 4	8 4	5 2	9 5	7 6	2 5	6 7	6 7	2 9

२४

सोप्या पद्धतीने वर्ग काढणे

	11 चा घन	12 चा घन	13 चा घन	14 चा घन	15 चा घन	16 चा घन	17 चा घन
	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0
3 ची पट	3	6	9	1 2	1 5	1 8	2 1
वर्ग संख्याची 3 पट	3	1 2	2 7	4 8	7 5	1 0 8	1 4 7
घनसंख्या	1	8	2 7	6 4	1 2 5	2 1 6	3 4 3
	1 3	3 1	1 7	2 8	2 1	9 7	2 7

अवयव पाडून वर्गमूळ काढणे.

उदा. 784 चे वर्गमूळ काढा.

$$\begin{aligned}\sqrt{784} &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} \\ &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 7^2} \\ &= 2 \times 2 \times 7 \\ &= 28\end{aligned}$$

2	784
2	392
2	196
2	98
7	49
7	7
	1

अवयव पद्धतीने वर्गमूळ काढताना 784 चे प्रथम अवयव पाडले. नंतर त्यातील समान अंकाच्या जोड्या केल्या. शेवटी वर्गमूळ काढले.

वर्ग संख्येचे वर्गमूळ खालील प्रमाणे काढतात.

$$a^2 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{a^2} = a$$

$$4 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2 \text{ किंवा } -2$$

$$25 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \text{ किंवा } -5$$

$$81 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9 \text{ किंवा } -9$$

$$1 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1 \text{ किंवा } -1$$

$$0 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{0} = 0$$

$$7 \text{ चे वर्गमूळाचा वर्ग} = (\sqrt{7})^2 = 7 \text{ (वर्गमूळाचे चिन्ह निघून जाते)}$$

$$4 \times 25 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{4 \times 25} = \sqrt{4} \times \sqrt{25} = 2 \times 5 = 10$$

$$\frac{36}{49} \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{\frac{36}{49}} = \sqrt{\frac{6^2}{7^2}} = \frac{6}{7}$$

दशांश अपूर्णाकाचा वर्ग व वर्गमूळ

$$\text{उदा. } 0.2 \text{ चा वर्ग} = (0.2)^2 = 0.2 \times 0.2 = 0.04$$

$$1.5 \text{ चा वर्ग} = (1.5)^2 = 1.5 \times 1.5 = 2.25$$

$$-2.5 \text{ चा वर्ग} = (-2.5)^2 = (-2.5) \times (-2.5) = 6.25$$

ऋण संख्येचा वर्ग नेहमी धन असतो.

$$0.03 \text{ चा वर्ग} = (0.03)^2 = 0.0009$$

दशांश अपूर्णाकाचा वर्ग करताना दशांश चिह्नानंतर दोन अंक असतील तर त्याच्या वर्गात दशांश चिह्नानंतर चार अंक पाहिजेत. उदा. $0.12 \text{ चा वर्ग} (0.12)^2 = 0.0144$

२५

दशांश अपूर्णाकाचे वर्ग

$$\text{उदा. } (3.25)^2 = 3.25 \times 3.25 \\ = 10.5625$$

$$3.25 \times 5 = \text{---}$$

$$3.25 \times 2 = \text{---}$$

$$3.25 \times 3 = \text{---}$$

3.25			
× 3.25			
1 6 2 5			
6 5 0 X			
9 7 5 X X			
10 5 6 2 5			

$$\text{उदा. } 0.09 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{0.009} \\ = \sqrt{(0.3)^2} \\ = 0.3$$

$$\text{उदा. } 0.16 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{0.16} \\ = \sqrt{(0.4)^2} \\ = 0.4$$

$$\text{उदा. } 0.0144 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{0.0144} \\ = \sqrt{(0.12)^2} \\ = 0.12$$

$$\text{उदा. } 1.44 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{1.44} \\ = \sqrt{(1.2)^2} \\ = 1.2$$

$$\text{उदा. } 0.0081 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{0.0081} \\ = \sqrt{(0.09)^2} \\ = 0.09$$

$$\text{उदा. } 6400 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{6400} \\ = \sqrt{(80)^2} \\ = 80$$

$$\text{उदा. } 3249 \text{ चे वर्गमूळ} = \sqrt{3249} = \sqrt{3 \times 3 \times 19 \times 19} \\ = \sqrt{(3)^2 \times (19)^2} \\ = 3 \times 19 \\ = 57$$

3	3249
3	1083
19	361
19	19
	1

घन व घन मूळ

एखाद्या संख्येचा तीन वेळा गुणाकार करा म्हणजे त्या संख्येचा घन होय.
उदा. $a^2 = a \times a \times a$

$$1 \text{ चा घन} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$6 \text{ चा घन} = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

$$2 \text{ चा घन} = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$7 \text{ चा घन} = 7 \times 7 \times 7 = 343$$

$$3 \text{ चा घन} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$8 \text{ चा घन} = 8 \times 8 \times 8 = 512$$

$$4 \text{ चा घन} = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$9 \text{ चा घन} = 9 \times 9 \times 9 = 729$$

$$5 \text{ चा घन} = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$10 \text{ चा घन} = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$\text{उदा. } \left[\frac{5}{7}\right]^3 = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{125}{343}$$

$$\text{उदा. } (0.9)^3 = (0.9) \times (0.9) \times (0.9) = 0.729$$

$$\text{उदा. } (1.5)^3 = (1.5) \times (1.5) \times (1.5) = 15.625$$

दशांश अपूर्णाकाचा घन करताना दिलेल्या संख्येच्या दशांश चिन्हांनंतर एक अंक असेल तर घन म्हणजे तीन वेळा गुणाकार म्हणजे उत्तरात दशांश चिन्हांनंतर तीन अंक असावेत.

$$\text{उदा. } (0.05)^3 = (0.05 \times 0.05 \times 0.05) = 0.000125 = 125 \times 10^{-6}$$

$$(0.12)^3 = (0.12 \times 0.12 \times 0.12) = 0.001728 = 1728 \times 10^{-6}$$

* सोप्या पद्धतीने घन काढणे.

$$\text{उदा. } 25 \text{ चा घन} = (25)^3 = 15625$$

2^3	0	0	0	_____
	$3(2^2 \times 5)$	0	0	_____
		$3(2 \times 5^2)$	0	_____
			$(5)^3$	_____

8	0	0	0
6	0	0	0
1	5	0	0
	1	2	5
15	6	2	5

$$\text{उदा. } 37 \text{ चा घन} = (37)^3 = 37 \times 37 \times 37 = 50653$$

3^3	0	0	0	_____
	$3(3^2 \times 7)$	0	0	_____
		$3(3 \times 7^2)$	0	_____
			$(7)^3$	_____

27	0	0	0
18	9	0	0
4	4	1	0
	3	4	3
50	6	5	3

- 3 चा घन हजार स्थानावर लिहून त्यावर तीन शून्य द्यावे.
- शतक स्थानावर $3(3^2 \times 7)$ लिहून त्यावर दोन शून्य द्यावे.
- दशक स्थानावर $3(3 \times 7^2)$ लिहून त्यावर एक शून्य द्यावे.
- एकक स्थानावर 7^3 लिहावा. शेवटी सर्व संख्यांची बेरीज करावी.

घनमूळ

अवयव पद्धतीने घनमूळ काढताना प्रथम दिलेल्या संख्येचे मूळ अवयव पाडून तीन समान अवयवाचे गट करून घनमूळ काढावे.

$$\text{उदा. } a^3 \text{ चे घनमूळ} = \sqrt[3]{a^3} = a$$

$$27 \text{ चे घनमूळ} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

$$64 \text{ चे घनमूळ} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

$$125 \text{ चे घनमूळ} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$

$$216 \text{ चे घनमूळ} = \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6 \times 6 \times 6} = \sqrt[3]{6^3} = 6$$

$$= \sqrt[3]{1} = 1, \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

ऋण संख्येचे घनमूळ ऋणच असते.

उदा. 27 चे घनमूळ = $\sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

उदा. 2744 चे घनमूळ काढा.

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{2744} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7} \\ &= \sqrt[3]{2^3 \times 7^3} \\ &= 2 \times 7 \\ &= 14\end{aligned}$$

2	2744
2	1372
2	686
7	49
7	7
	1

उदा. $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \sqrt[3]{\frac{4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5}} = \sqrt[3]{\frac{4^3}{5^3}} = \frac{4}{5}$

उदा. $\sqrt[3]{\frac{216}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{6 \times 6 \times 6}{10 \times 10 \times 10}} = \sqrt[3]{\frac{6^3}{10^3}} = \frac{6}{10} = 0.6$

उदा. $\sqrt[3]{0.729} = \sqrt[3]{(0.9)^3} = 0.9$

उदा. $\sqrt[3]{0.000343} = \sqrt[3]{(0.07)^3} = 0.07$

भागाकार पद्धतीने वर्गमूळ काढणे

दशांश चिन्हाच्या डावीकडील तसेच उजवीकडील दोन अंकाचे गट पाडावे.

उदा. 18769.00 चे गट 01 87 69 . 00 असे पाडावे.

उदा. 18769.00 चे वर्गमूळ भागाकार पद्धतीने काढा.

	1	3	7	
1	01	87	69	. 00
1	-1			
2 3	0	87		
3	-	69		
2 6 7	1	8	6	9
7	1	8	6	9
2 7 4	0	0	0	0
उत्तर	$\sqrt{18769} = 137$			

स्पर्धा परीक्षा व स्कॉलरशीप परीक्षासाठी झटपट उत्तरे.

* शेवटचा अंक 5 असणाऱ्या संख्यांचे वर्ग

उदा. 35^2 सुत्र $अब^2 = [(अ \times (अ + 1))] / ब^2$

$$\begin{aligned}35^2 &= [3 \times (3 + 1)] / 5^2 \\ &= [3 \times 4] / 25^2 = 1225\end{aligned}$$

उदा. $135^2 = [13 \times 14] / 5^2 = 18225$

* इतर संख्यांचा वर्ग करणे.

10 पेक्षा लहान संख्या

$$6^2 = (6 - 4) / 4^2 = 2 / 16 = 36$$

$$7^2 = (7 - 3) / 3^2 = 4 / 9 = 49$$

$$8^2 = (8 - 2) / 2^2 = 6 / 4 = 64$$

10 पेक्षा मोठ्या संख्या

$$12^2 = (12 + 2) / 2^2 = 14 / 4 = 144$$

$$17^2 = (17 + 7) / 7^2 = 24 / 49 = 289$$

$$19^2 = (19 + 9) / 9^2 = 28 / 81 = 361$$

* 20 पेक्षा मोठ्या संख्या

$$23^2 = 2(23 + 3) / 3^2 = 2(26) / 9 = 529$$

$$\begin{aligned}28^2 &= 2(28 + 8) / 8^2 = 2(36) / 64 \\ &= 72 / 64 = 784\end{aligned}$$

* 30 पेक्षा मोठ्या संख्या

$$34^2 = 3(34 + 4) / 4^2$$

$$\begin{aligned}&= 3(38) / 16 \\ &= 114 / 16 = 1156\end{aligned}$$

* घन काढणे

सुत्र - $अब^3 = अ^3 + 3अ^2ब + 3अब^2 + ब^3$
 $\times 1000 \times 100 \times 10 \times 1$

उदा. $64^3 = 6^3 + 3 \cdot 6^2 \cdot 4 + 3 \cdot 6 \cdot 4^2 + 4^3$
 $= \binom{216}{1000} + \binom{432}{100} + \binom{288}{10} + \binom{64}{1}$

$$64^3 = 262144$$

$$\begin{aligned}&+ 216000 \\ &+ 43200 \\ &+ 2880 \\ &+ 11164 \\ \hline &262144\end{aligned}$$

* दिलेल्या संख्येचा चौथा घात काढणे.

सुत्र $अब^4 = अ^4 + 4अ^3ब + 6अ^2ब^2 + 4अब^3 + ब^4$
 $\times 10000 \times 1000 \times 100 \times 10 \times 1$

उदा. $(23)^4 = 2^4/4 \times 2^3 \times 3/6 \times 2^2 \times 3^2/4 \times 2 \times 3^3/3^4$
 $= 16 / 96 / 216 / 216 / 81$

$$\times 10000 \times 1000 \times 100 \times 10 \times 1$$

$$(23)^4 = 279841$$

$$\begin{aligned}&+ 160000 \\ &+ 96000 \\ &+ 21600 \\ &+ 2160 \\ &+ 81 \\ \hline &279841\end{aligned}$$

स्पर्धा परीक्षा व स्कॉलरशीप परीक्षा साठी झटझट उत्तर.

* वर्गमूळ काढणे. त्यासाठी खालील तक्ता लक्षात ठेवा.

$1^2 = 1$	येथे 1 व 9 च्या वर्गाच्या एककस्थानी 1 अंक आहे.	$10^2 = 100$
$2^2 = 4$		$20^2 = 400$
$3^2 = 9$	तसेच 2 व 8 च्या वर्गाच्या एकक स्थानी 4 अंक आहे.	$30^2 = 900$
$4^2 = 16$		$40^2 = 1600$
$5^2 = 25$	3 व 7 च्या वर्गाच्या एकक स्थानी 9 हा अंक आहे.	$50^2 = 2500$
$6^2 = 36$		$60^2 = 3600$
$7^2 = 49$	4 व 6 च्या वर्गाच्या एकक स्थानी 6 हा अंक आहे.	$70^2 = 4900$
$8^2 = 64$		$80^2 = 6400$
$9^2 = 81$	तसेच 5^2 च्या एकक स्थानी 5 व 10 च्या वर्गाच्या एकक स्थानी 0 हा अंक आहे.	$90^2 = 8100$
$10^2 = 100$		$100^2 = 10000$

उदा. 6084 चे वर्गमूळ

$$\begin{array}{l} 70^2 = 4900 \\ 80^2 = 6400 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 70^2 = 4900 \\ 80^2 = 6400 \end{array}} \right\} 6084$$

म्हणजे 6084 चे वर्गमूळ 70 ते 80च्या दरम्यान आहे. म्हणून पहिला अंक 7 दुसरा अंक काढण्यासाठी दिलेल्या संख्येच्या एकक स्थानी 4 आहे म्हणून दुसरा अंक 2 किंवा 8 असेल

परंतु 6084 ही संख्या 80 च्या वर्गाच्या जवळ आहे म्हणून दुसरा अंक 8 निश्चित आहे.

∴ म्हणून 6084 चे वर्गमूळ = 78

उदा. 27889 चे वर्गमूळ

$$\begin{array}{l} 160^2 = 25600 \\ 170^2 = 28900 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 160^2 = 25600 \\ 170^2 = 28900 \end{array}} \right\} 27889$$

म्हणजे 27889 चे वर्गमूळ 160 ते 170 च्या दरम्यान आहे. म्हणून सुरुवातेच अंक 16 असेल.

शेवटचा अंक काढण्यासाठी दिलेल्या वर्गसंख्येच्या एकक स्थानी 9 आहे म्हणून शेवटचा अंक 3 किंवा 7 असेल परंतु 27889 ही संख्या 28900 च्या जवळ आहे म्हणून शेवटचा अंक 7 निश्चित आहे.

∴ म्हणून 27889 चे वर्गमूळ = 167 असेल.

स्पर्धा परीक्षा व स्कॉलरशीप परीक्षा साठी झटझट उत्तर.

* घनमूळ काढणे. त्यासाठी खालील तक्ता लक्षात ठेवा.

$1^3 = 1$
$2^3 = 8$
$3^3 = 27$
$4^3 = 64$
$5^3 = 125$
$6^3 = 216$
$7^3 = 343$
$8^3 = 512$
$9^3 = 729$
$10^3 = 1000$

उदा. 3375 चे घनमूळ - दिलेल्या संख्येचे दोन भाग करू

$$3 / 375$$

डाव भाग $1^3 = 1$ $\left. \vphantom{1^3 = 1} \right\} 3$ म्हणजे 3 चे घनमूळ 1 च्या जवळ आहे म्हणून डावा अंक 1 असेल.

उजवा भाग 375 च्या एकक स्थानी 5 म्हणून त्याच्या घनमुळाच्या शेवटचा अंक 5 असेल.

∴ 3375 चे वर्गमूळ = 15

उदा. 91125 चे घनमूळ - दिलेल्या संख्येचे दोन भाग करू

$$91 / 125$$

डाव भाग $4^3 = 64$ $\left. \vphantom{4^3 = 64} \right\} 91$
 $5^3 = 125$

म्हणजे 91 चे घनमूळ 64च्या घनमुळाच्या जवळ आहे म्हणून डावा अंक 4 असेल.

उजवा भाग 125 च्या एकक स्थानी 5 म्हणून त्याच्या घनमुळाच्या शेवटचा अंक 5 असेल.

∴ 91125 चे वर्गमूळ = 45

उदा. 14706125 चे घनमूळ - दिलेल्या संख्येचे दोन भाग करू

$$14706 / 125$$

डाव भाग $24^3 = 13824$ $\left. \vphantom{24^3 = 13824} \right\} 14706$
 $25^3 = 15625$

म्हणजे 14706 चे घनमूळ 13824च्या घनमुळाच्या जवळ आहे म्हणून डावा अंक 24 असेल.

उजवा भाग 125 च्या एकक स्थानी 5 म्हणून त्याच्या घनमुळाच्या शेवटचा अंक 5 असेल.

∴ 14706125 चे वर्गमूळ = 245

नफा व तोटा

जेव्हा खरेदी किंमती पेक्षा विक्री किंमत जास्त असते तेव्हा व्यवहारात

नफा होतो.

$$\therefore \text{नफा} = \text{विक्री} - \text{खरेदी}$$

जेव्हा विक्री किंमती पेक्षा खरेदी किंमत जास्त असते तेव्हा तोटा होतो.

$$\therefore \text{तोटा} = \text{खरेदी} - \text{विक्री}$$

महत्त्वाची सुत्रे

शे. नफा = $\frac{\text{नफा}}{\text{खरेदी किंमत}} \times 100$	शे. तोटा = $\frac{\text{तोटा}}{\text{खरेदी किंमत}} \times 100$
विक्री = खरेदी - नफा	विक्री = खरेदी - तोटा
नफा = खरेदी - $\frac{\text{शे. नफा} \times \text{खरेदी किंमत}}{100}$	विक्री = खरेदी - $\frac{\text{शे. तोटा} \times \text{खरेदी किंमत}}{100}$
खरेदी किंमत = $\frac{\text{विक्री किंमत} \times 100}{(100 - \text{शे. नफा})}$	खरेदी किंमत = $\frac{\text{विक्री किंमत} \times 100}{(100 - \text{शे. तोटा})}$

- 1) उदा. प्रांजलने एक सायकल 1250 रु.स खरेदी केली. तीन वर्षांनंतर तिने ती सायकल 950 रु.स विकली तर तिला नफा झाला कि तोटा?

या उदाहरणात खरेदी किंमत विक्री किंमतीपेक्षा जास्त आहे म्हणून या व्यवहारात तोटा होईल.

$$\therefore \text{तोटा} = \text{खरेदी} - \text{विक्री}$$

$$\text{तोटा} = 1250 \text{ रु.} - 950 \text{ रु.}$$

$$\text{तोटा} = 300 \text{ रु.}$$

- 2) उदा. स्वप्निलने एक टेपरेकॉर्डर 840 रु.स खरेदी केला. दुसऱ्या वर्षी त्याने तो टेपरेकॉर्डर 1040 रु.स विकला तर त्याला नफा झाला की तोटा?

या उदाहरणात विक्री किंमत ही खरेदी किंमतीपेक्षा जास्त आहे म्हणून या व्यवहारात नफा होईल.

$$\therefore \text{नफा} = \text{विक्री} - \text{खरेदी}$$

$$\text{नफा} = 1040 \text{ रु.} - 840 \text{ रु.}$$

$$\text{नफा} = 200 \text{ रु.}$$

- 3) उदा. श्री. महाजन यांनी 10900 रु.स एक स्कुटर खरेदी केली. दोन वर्षांनी त्यांनी ती स्कुटर 800 रु. नफ्याने विकली तर विक्री किंमत किती?

$$\therefore \text{विक्री} = \text{खरेदी} + \text{नफा}$$

$$\text{विक्री} = 10900 \text{ रु.} + 800 \text{ रु.}$$

$$\text{विक्री} = 11700 \text{ रु.}$$

- 4) उदा. श्री. विजय पाटील यांनी एक कॉम्प्युटर 8700 रु. खरेदी केला. दोन वर्षांनी त्यांनी तो विकला तेव्हा त्यांना 1200 रु. तोटा झाला तर विक्री किती?

$$\therefore \text{विक्री} = \text{खरेदी} - \text{तोटा}$$

$$\text{विक्री} = 8700 \text{ रु.} - 1200 \text{ रु.}$$

$$\text{विक्री} = 7500 \text{ रु.}$$